

නව නිර්දේශය/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
 இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2019 ஆகஸ்ட்
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

සංයුක්ත ගණිතය	I
இணைந்த கணிதம்	I
Combined Mathematics	I



B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $p \in \mathbb{R}$ හා $0 < p \leq 1$ යැයි ගනිමු. $p^2x^2 + 2x + p = 0$ සමීකරණයෙහි, 1 මූලයක් භාවිත කර ගෙන α හා β යනු මෙම සමීකරණයෙහි මූල යැයි ගනිමු. α හා β දෙකම තාත්කලීය බව පෙන්වන්න.

p අනුපාතයේ $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා

$$\frac{1}{\alpha-1} \cdot \frac{1}{\beta-1} = \frac{p^2}{p^2+p+2}$$

බව පෙන්වන්න.

$\frac{\alpha}{\alpha-1}$ හා $\frac{\beta}{\beta-1}$ මූල වන වර්ග සමීකරණය $(p^2+p+2)x^2 - 2(p+1)x + p = 0$ මගින් දෙනු ලබන බවත්, මෙම මූල දෙකම ධන වන බවත් පෙන්වන්න.

(b) c හා d යනු ඕනෑම තාත්කලීය සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ද $f(x) = x^3 + 2x^2 - dx + cd$ යැයි ද ගනිමු. $(x-c)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $(x-d)$ මගින් $f(x)$ මෙහි විචල්‍යය cd බවත් දී ඇත. c හා d හි අගයන් සොයන්න. c හා d හි මෙම අගයන් සඳහා, $(x+2)^2$ මගින් $f(x)$ මෙහි විචල්‍යය සොයන්න.

12. (a) P_1 හා P_2 යනු පිළිවෙළින් $\{A, B, C, D, E, 1, 2, 3, 4\}$ හා $\{F, G, H, I, J, 5, 6, 7, 8\}$ මගින් දෙනු ලබන කුලක දෙක යැයි ගනිමු. $P_1 \cup P_2$ හි ගනු ලබන වෙනස් අකුරු 3 කින් හා වෙනස් සංඛ්‍යාමය 3 කින් යුත්, අවසර 6 කින් සමන්විත මුරපදයක් සෑදීමට අවබෝධ ඇත. පහත එක් එක් අවස්ථාවේ දී සෑදිය හැකි එවැනි වෙනස් මුරපද ගණන සොයන්න:

- (i) අවසර 6 ම P_1 හි පමණක් ම තෝරා ගනු ලැබේ.
- (ii) අවසර 3 ක් P_1 හි ද P_2 හි අනෙක් අවසර 3 ද තෝරා ගනු ලැබේ.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{1}{r(r+1)(r+3)(r+4)}$ හා $V_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r - V_{r+2} = 6U_r$ බව පෙන්වන්න.

එ නිසා, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n U_r = \frac{5}{144} - \frac{(2n+5)}{6(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}$ බව පෙන්වන්න.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $W_r = U_{2r-1} + U_{2r}$ යැයි ගනිමු.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n W_r = \frac{5}{144} - \frac{(4n+5)}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)}$ බව අන්තර්ගත කරන්න.

එ නිසා, $\sum_{r=1}^{\infty} W_r$ අවසරිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වා එහි අවසරය සොයන්න.

13.(a) $A = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -a & 4 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} b & -2 \\ -1 & b+1 \end{pmatrix}$ යනු $AB^T = C$ වන පරිදි a, b හි අගය සොයන්න.

මෙහිදී, $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$a = 2$ හා $b = 1$ බව පෙන්වන්න.

සහ C^{-1} සොයන්න.

$P = \frac{1}{2}(C - 2I)$ යැයි ගනිමු. P^{-1} ලියා දක්වා, $2P(Q + 3I) = P - I$ වන පරිදි Q හි අගය සොයන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

(b) $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\operatorname{Re} z \leq |z|$, හා

(ii) $z_1 \neq 0$ සඳහා $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

බව පෙන්වන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) \leq \frac{|z_1|}{|z_1 + z_2|}$ බව අපේක්ෂා කරන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{z_2}{z_1 + z_2} \right) = 1$ බව සනාථ කරන්න.

$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ සඳහා $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ බව පෙන්වන්න.

(c) $w = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{3}i)$ යැයි ගනිමු.

$1 + w$ යන්න $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ හා $\theta \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු කිසිවක් වේ.

ද මූලාදායක ප්‍රමේයය භාවිතයෙන්, $(1 + w)^{10} + (1 + \bar{w})^{10} = 243$ බව පෙන්වන්න.

14.(a) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \frac{9(x^2 - 4x - 1)}{(x - 3)^3}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq 3$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{9(x+3)(x-5)}{(x-3)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්පර්ශකේන්ද්‍රික, y -අන්තඃස්පර්ශක හා හුරු ලක්ෂණ දක්වමින්, $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$x \neq 3$ සඳහා $f''(x) = \frac{18(x^2 - 33)}{(x - 3)^5}$ බව දී ඇත. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නිවැරදි ලක්ෂණවල x -ඛණ්ඩාංක

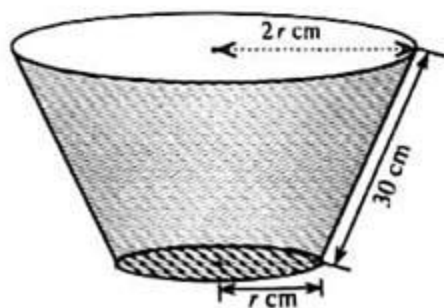
සොයන්න.

(b) යාබද රූපයෙන් පහලින් සහිත සෘජු වෘත්තාකාර පේදු ජීනකයක ආකාරයෙන් වූ වෙහෙලක් පෙන්වයි. වෙහෙලෙහි ආල දිග 30 cm ක් ද උඩින් වෘත්තාකාර දාරයෙහි අරය පහලෙහි අරය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. පේදුලේ අරය r cm යැයි ගනිමු.

වෙහෙලේ පරිමාව $V \text{ cm}^3$ යන්න $0 < r < 30$ සඳහා

$V = \frac{7}{3} \pi r^2 \sqrt{900 - r^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

වෙහෙලේ පරිමාව උපරිම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



15. (a) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = 2 \sin^2 \theta + 3$ ආදේශය භාවිතයෙන්, $\int_3^4 \sqrt{\frac{x-3}{5-x}} dx$ අගයන්න.

(b) හින්න භාග භාවිතයෙන්, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ සොයන්න.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \int_3^t \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ යැයි ගනිමු.

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \ln(t-2) - \ln(t-1) + \ln 2$ බව අගයනය කරන්න.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int \ln(x-k) dx$ සොයන්න; මෙහි k යනු භාණ්ඩවික නියතයකි.

එ හෙයින්, $\int f(t) dt$ සොයන්න.

(c) a හා b නියත වන $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$ සත්‍ය භාවිතයෙන්,

$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x} dx$ බව පෙන්වන්න.

එ හෙයින්, $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx$ හි අගය සොයන්න.

16. $12x - 5y - 7 = 0$ හා $y = 1$ සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන A හි ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

l යනු මෙම රේඛාවලින් සෑදෙන සුර කෝණයෙහි සම්ප්‍රච්ඡේදකය යැයි ගනිමු. l සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

P යනු l මත වූ ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු. P හි ඛණ්ඩාංක $(3\lambda + 1, 2\lambda + 1)$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

$B \equiv (6, 0)$ යැයි ගනිමු. B හා P ලක්ෂ්‍ය විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස වූ වෘත්තයෙහි සමීකරණය $S + \lambda U = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $S \equiv x^2 + y^2 - 7x - y + 6$ හා $U \equiv -3x - 2y + 18$ වේ.

$S = 0$ යනු AB විෂ්කම්භයේ ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය බව අගයනය කරන්න.

$U = 0$ යනු l ට ලම්බව, B හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය බව පෙන්වන්න.

සියලු $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $S + \lambda U = 0$ සමීකරණය සහිත වෘත්ත මත වූ λ ද B වලින් ප්‍රතික්ෂිප් වූ ද අවල ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$S = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය, $S + \lambda U = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තයට පුලුඹ වන සරිදි λ හි අගය සොයන්න.

17. (a) $\sin A$, $\cos A$, $\sin B$ හා $\cos B$ අලුළුවන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වා, $\sin(A-B)$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B) \text{ හා}$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

බව අපේක්ෂා කරන්න.

(ඈ) ඒ හරිත්, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $2 \sin 3\theta \cos 2\theta = \sin 7\theta$ වසන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක $BD=DC$ හා $AD=BC$ වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යය AC මත පිහිටා ඇත. $B\hat{A}C = \alpha$ හා $A\hat{C}B = \beta$ යැයි ගනිමු. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සවිත් නීතිය භාවිතයෙන්, $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + 2\beta)$ බව පෙන්වන්න.

$\alpha : \beta = 3 : 2$ නම්, ඉහත (a) හි අවසාන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $2 \tan^{-1} x + \tan^{-1}(x+1) = \frac{\pi}{2}$ වසන්න. ඒ හරිත්, $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$ බව පෙන්වන්න.

