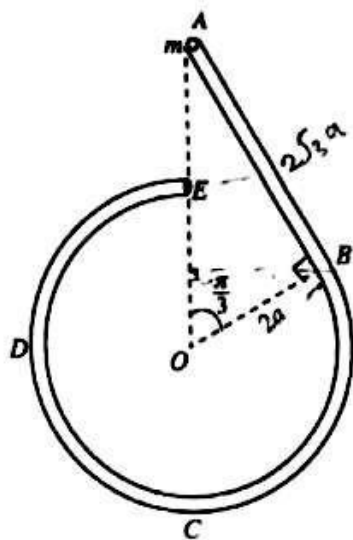


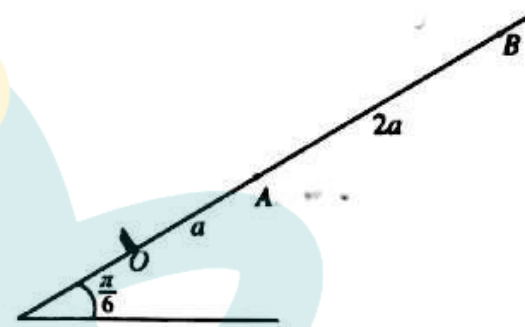
(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි සුමට සිහින් $ABCDE$ බටයක් සිරස් තලයක සවිකර ඇත. දිග $2\sqrt{3}a$ වූ AB කොටස සෘජු වන අතර එය B හි දී අරය $2a$ වූ $BCDE$ වෘත්තාකාර කොටසට ස්පර්ශක වේ. A හා E අන්ත O කේන්ද්‍රයට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි දී බටය තුළ තබා නිශ්චලතාවයේ සිට සිරුවෙත් මුදා හරිනු ලැබේ. \vec{OA} සමඟ θ ($\frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi$) කෝණයක් \vec{OP} සාදන විට P අංශුවේ වේගය, v යන්න, $v^2 = 4ga(2 - \cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේ දී P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.



P අංශුව A සිට B දක්වා චලිතයේ දී එය මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න.

P අංශුව B පසු කරන විට P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ක්ෂණිකව වෙනස් වන බව පෙන්වන්න.

13. තිරසර $\frac{\pi}{6}$ කෝණයකින් ආනත සුමට අවල තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් මත $OA = a$ හා $AB = 2a$ වන පරිදි O පහළම ලක්ෂ්‍යය ලෙස ඇතිව O, A හා B ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් O ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇඳා ඇත. P අංශුව B ලක්ෂ්‍යය කරා ළඟා වන තෙක් තන්තුව OAB රේඛාව දිගේ අදිනු ලැබේ. ඉන්පසු P අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. B සිට A දක්වා P හි චලිත සමීකරණය, $0 \leq x \leq 2a$ සඳහා, $x + \frac{g}{a}(x + \frac{a}{2}) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වේ.



$y = x + \frac{a}{2}$ යැයි ගෙන ඉහත චලිත සමීකරණය $\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{5a}{2}$ සඳහා $y + \omega^2 y = 0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ වේ.

ඉහත සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය සොයා $y^2 = \omega^2 (c^2 - y^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්, c විස්තාරය හා A වෙත ළඟා වන විට P හි ප්‍රවේගය සොයන්න.

O වෙත ළඟා වන විට P හි ප්‍රවේගය $\sqrt{7ga}$ බව පෙන්වන්න.

B සිට O දක්වා චලනය වීමට P මගින් ගනු ලබන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + 2k \right\}$ බවත් පෙන්වන්න; මෙහි $k = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ වේ.

P අංශුව O වෙත ළඟා වන විට, තලයට ලම්බව O හි සවිකර ඇති සුමට බාධකයක් හා එය ගැටෙයි. බාධකය හා P අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. $0 < e \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$ නම්, පසුව සිදු වන P හි චලිතය සරල අනුවර්තී කෝච්ච බව පෙන්වන්න.

14. (a) $OACB$ යනු සමාන්තරාස්‍රයක් යැයි ද D යනු AC මත $AD : DC = 2 : 1$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් λa හා b වේ; මෙහි $\lambda > 0$ වේ. \vec{OC} හා \vec{BD} දෛශික, a, b හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

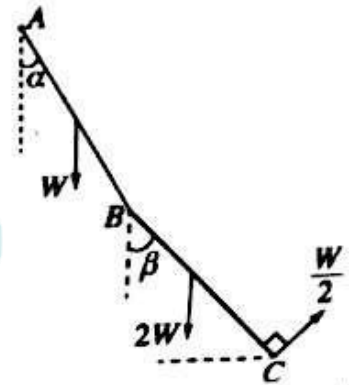
දැන්, \vec{OC} යන්න \vec{BD} ට ලම්බ වේ යැයි ගනිමු. $3|a|^2 \lambda^2 + 2(a \cdot b)\lambda - |b|^2 = 0$ බව පෙන්වා $|a| = |b|$ හා $\angle OAB = \frac{\pi}{3}$ නම්, λ හි අගය සොයන්න.

- (b) කේන්ද්‍රය O හා පෘත්තක දිග $2a$ වූ $ABCDEF$ සවිධි වෙහෙයක තලයෙහි වූ බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්විත වේ. මූලය O හි ද Ox -අක්ෂය \overline{OB} දිගේ ද Oy -අක්ෂය \overline{OH} දිගේ ද ඇතිව බල හා ඒවායේ ක්‍රියා ලක්ෂණ, පිටුරැඳු අංකනයෙන්, පහත වගුවේ දක්වා ඇත; මෙහි H යනු CD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. (P නිව්ටන් වලින් ද a මීටර වලින් ද මනිනු ලැබේ.)

ක්‍රියා ලක්ෂණය	විකිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$ai - \sqrt{3}aj$	$3Pi + \sqrt{3}Pj$
C	$ai + \sqrt{3}aj$	$-3Pi + \sqrt{3}Pj$
E	$-2ai$	$-2\sqrt{3}Pj$

පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා, යුග්මයේ සුරැණය සොයන්න.
 දැන්, \overline{FE} දිගේ ක්‍රියා කරන විශාලත්වය $6PN$ වූ අතිරේක බලයක් මෙම පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලැබේ නම් පද්ධතිය උභයතය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.

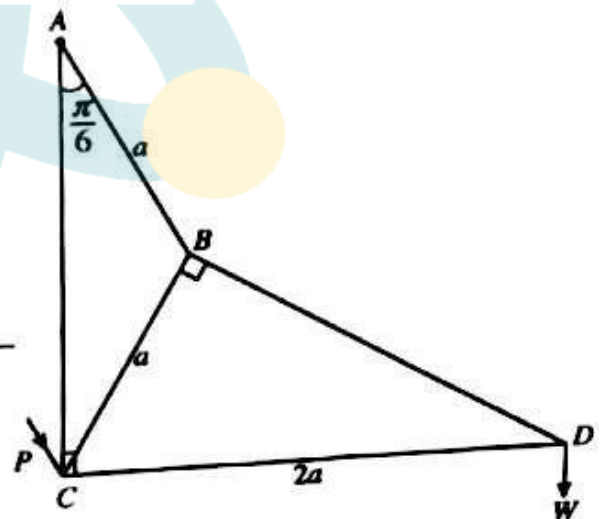
15. (a) එක එකක දිග $2a$ වූ AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB දණ්ඩේ බර W ද BC දණ්ඩේ බර $2W$ ද වේ. A කෙළවර අවල ලක්ෂ්‍යකට සුමට ලෙස අසව කර ඇත. AB හා BC දඬු යටි අත් සිරස් සමඟ පිළිවෙළින් α හා β කෝණ සාදමින් මෙම පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ, C හි දී රූපයේ පෙන්වා ඇති BC ට ලම්බ දිශාව ඔස්සේ යෙදූ $\frac{W}{2}$ බලයක් මගිනි. $\beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වා, B සන්ධියේ දී AB දණ්ඩ මගින් BC දණ්ඩ මත යොදන



ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.
 $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{9}$ බවක් පෙන්වන්න.

- (b) රූපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, BD, DC හා AC සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ.

මෙහි $AB = CB = a$ ද $CD = 2a$ ද $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$ ද බව දී ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී අවල ලක්ෂ්‍යකට සුමට ලෙස අසව කර ඇත. D සන්ධියේ දී W භාරයක් එල්ලා, AC සිරස්ව ද CD සිරස්ව ද ඇතිව සිරස් තලයක රාමු සැකිල්ල සමතුලිතව තබා ඇත්තේ C සන්ධියේ දී AB දණ්ඩට සමාන්තරව රූපයේ පෙන්වා ඇති දිශාවට යෙදූ P බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් D, B හා C සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.
 ඒ මගින්,

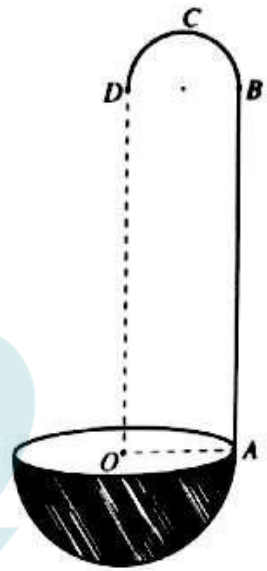


- (i) ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් දඬු පහේම ප්‍රත්‍යාබල, හා
- (ii) P හි අගය සොයන්න.

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද

(ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොළක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කේන්ද්‍රය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොළකට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දිග $2\pi a$ වූ AB සෘජු කොටසකින් ද BD විෂ්කම්භය AB ට ලම්බ වන පරිදි, අරය a වූ BCD අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකින් ද සමන්විත ඒකාකාර කම්බියකින් සාදනු ලැබූ $ABCD$ තුනී මිටක් දෘඪ ලෙස සවි කිරීමෙන් හැන්දක් සාදා ඇත. A ලක්ෂ්‍යය අර්ධ ගෝලයේ ගැට්ට මත ඇති අතර OA යන්න AB ට ලම්බ ද OD යන්න AB ට සමාන්තර ද වේ. කව ද BCD යන්න $OABD$ හි කලයේ පිහිටා ඇත. අර්ධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්ධය $\frac{\sigma}{2}$ ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, OA සිට පහළට $\frac{2}{19\pi} (8\pi - 2\pi^2 - 1)a$ දුරකින් ද O හා D හරහා යන රේඛාවේ සිට $\frac{5}{19}a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.



එම තිරස් මේසයක් මත, අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය එය ස්පර්ශ කරමින්, හැන්දක් තබා ඇත. අර්ධ ගෝලාකාර පෘෂ්ඨය හා මේසය අතර සර්ඝණ සංගුණකය $\frac{1}{7}$ කි. \overrightarrow{AO} දිශාවට A හි දී යොදනු ලබන තිරස් බලයක් මගින් OD සිරස්ව ඇතිව හැන්ද සම්තුලිතතාවයේ තැබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

17. (a) ආරම්භයේ දී එක එකක් සුදු පාට හෝ කළු පාට වූ, පාවිච්චි හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සමාන බෝල 3 ක් පෙට්ටියක අඩංගු වේ. දැන්, පාවිච්චි හැර අන් සෑම අයුරකින්ම පෙට්ටියේ ඇති බෝලවලට සමාන සුදු පාට බෝලයක් පෙට්ටිය තුළට දමා ඉන්පසු සම්භාවී ලෙස බෝලයක් පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. පෙට්ටියේ ඇති බෝලවල ආරම්භක සංයුති හතර සම සේ හවස වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්,
 (i) ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් වීමේ,
 (ii) ඉවතට ගත් බෝලය සුදු පාට එකක් බව දී ඇති විට ආරම්භයේ දී පෙට්ටිය තුළ හරියටම කළු පාට බෝල 2 ක් තිබීමේ,
 සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) μ හා σ යනු පිළිවෙළින් $\{x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය යැයි ගනිමු. $\{\alpha x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අගයන් කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න; මෙහි α යනු නියතයකි.

එක්තරා සමාගමක සේවකයින් 50 දෙනෙකුගේ මාසික වැටුප් පහත වගුවේ සාරාංශගත කර ඇත:

මාසික වැටුප (රුපියල් උපයේ ඒවායින්)	සේවකයින් ගණන
5 - 15	9
15 - 25	11
25 - 35	14
35 - 45	10
45 - 55	6

සේවකයින් 50 දෙනාගේ මාසික වැටුප්වල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.
 වසරක ආරම්භයේ දී එක් එක් සේවකයාගේ මාසික වැටුප $p\%$ වලින් වැඩි කරනු ලැබේ. ඉහත සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල මධ්‍යන්‍යය රුපියල් 29 172 බව දී ඇත. p හි අගය හා සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මාසික වැටුප්වල සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.